3状態伝染病モデルの相図・相関不等式

Phase diagrams and correlation inequalities for epidemic models

小林正和 (1)，佐藤一憲 (2)，今野紀雄 (3) (横浜国立大学 (1),(3)，静岡大学 (2))
Masakazu KOBAYASHI(1) , Kazunori SATO (2), Norio KONNO(3)
Yokohama National University(1),(3), Shizuoka University(2)

モデルの説明

Z^d 上の各サイトは，**0,1,2** の３状態をとる．**0** は空地に，**1** は健康な人，**2** は伝染病患者に対応する．このモデルは $\{0,1,2\}^{Z^d}$ に値をとる連続時間のマルコフ過程で，ダイナミクスは以下で与えられる．

(Rule 1) $0 \to 1$ 遷移率 β
(Rule 2) $1 \to 2$ 遷移率 $\alpha \times n(2)$
(Rule 3) $2 \to 0$ 遷移率 1

ただし $\alpha, \beta \geq 0$, $n(2)$ は着目しているサイトの最近接の状態 **2** の数を表す.（例えば，**Durrett [1]** の第９章参照）

このモデルについては，過去において以下のことが研究され知られている．$\theta(\alpha, \beta)$ を伝染病が蔓延しつづける確率として，さらに $\alpha_c(\beta) = \sup\{\alpha : \theta(\alpha, \beta) = 0\}$ とする．特別な場合として $\beta = \infty$ のとき, $\alpha_c(\infty)$ はコンタクトプロセスの臨界値と考えられる．一方の特別な場合として **Kuulasmaa [2]** は $\beta = 0$ のとき（治癒しない伝染病）の臨界値 $\alpha_c(0)$ は $d \geq 2$ で $0 < \alpha_c(0) < \infty$, $d = 1$ で $\alpha_c(0) = \infty$ を示した．さらに **Durrett and Neuhauser [3]** によって $d = 2$, $\beta > 0$ で $\alpha > \alpha_c(0)$ の領域では共存することが示された．また **Andjel and Schinazi [4]** は，$\alpha_c(\infty) \leq \alpha \leq \alpha_c(0)$ のときに，β が大きな場合で共存する領域が存在することを示した．そして **van den Berg, Grimmett and Schinazi [5]** は任意の次元 d に対して，$\alpha_c(\infty) < \alpha_c(0)$ を証明し，また $\alpha_c(\infty) < \alpha < \alpha_c(0)$ において，β が小さい場合の共存-非共存領域を求めた．しかし全体の共存-非共存領域に関しては，まだ分っていない部分が多い.

研究方法

上記の研究結果に対して，本研究では平均場近似，ペア近似，そしてモンテカルロ・シミュレーションにより相図に関して解析を行う．またあわせて相関不等式についても解析をする．モンテカルロ・シミュレーションについては，様々な初期状態から始め「平衡状態に達するまで」まで続ける．格子数は **100×100=10000** である．また,プログラムに関しては，**C** 言語と **Visual Basic** により作成した．

参考文献

[1] Durrett,R., Lecture Notes on Particle Systems and Percolation, Wadsworth, Inc., California,1988.
[2] Kuulasmaa,K., The spatial general epidemic and locally dependent random graphs, Journal of Applied Probability, 19(1982),745-758.
[3] Durrett,R.,and Neuhauser,C., Epidemics with recovery in D=2, Annals of Applied Probability, 1(1991),189-206.
[4] Andjel,E.,and Schinazi,R., A complete convergence theorem for an epidemic model, Journal of Applied Probability, 33(1996),741-748.
[5] van den Berg,J.,Grimmett,G.R.,and Schinazi,R.B., Dependent random graphs and spatial epidemics, Annals of Applied Probability, 8(1998),317-336.