

# パーコレーションにおけるピボタルボンドの空間分布に対する方向依存性

## Dependence on direction for spatial distributions for pivotal bonds on percolation

小暮 将規<sup>(1)</sup>, 関根 雅人<sup>(2)</sup>, 香取 眞理<sup>(3)</sup>, 今野 紀雄<sup>(4)</sup>  
(横浜国立大学<sup>(1),(2),(4)</sup>, 中央大学<sup>(3)</sup>)

Shouki KOGURE<sup>(1)</sup>, Masahito SEKINE<sup>(2)</sup>, Makoto KATORI<sup>(3)</sup> and Norio KONNO<sup>(4)</sup>  
(Yokohama National University<sup>(1),(2),(4)</sup>, Chuo University<sup>(3)</sup>)

### モデルの説明

パーコレーション (percolation) のモデルとは「浸透する現象」をモデル化したものである。このモデルは森林火災の広がり, 伝染病の伝播, 金属と絶縁体の混合物などの, さまざまな現象の浸透や拡散を表す簡単なモデルと考えることができる[1 - 4]。

本研究では 2 次元正方格子のモデルを考える。その最近接格子点 2 点を結ぶ線分をボンド (bond) といい, その状態, open, closed を変えたときに, 所与の事象の成立, 不成立に影響を及ぼすボンドを「ピボタルボンド (pivotal bond)」という。(また, 統計物理学では red bond といわれることもある。それについては例えば[4]を参照)

本研究の目的は, パーコレーションモデルのピボタルボンドの空間分布とその方向依存性を, 主にコンピュータ・シミュレーションによって解析することである。

### 研究方法

そこで, まず地面に水をこぼし地中に浸透するような, パーコレーションモデルに方向性を持たせたモデルを考え, 次に平面上に水が広がっていく, 方向性のないモデルについて空間分布を調べていく(ここで, 「方向性」とは, 浸透する向きに限定がある場合をさす。)

具体的には,  $n$  ステップ, open ボンドになる確率  $p$  の配置について, 各ボンドがピボタルであるか, もれなく調べる。この操作を配置のみを換えて試行回数分繰り返す, 各ボンドが合計何回ピボタルになったかを数え, その頻度をグラフで表わす。

### 今までの結果

方向性のあるモデルに限定して研究を行い, 中心付近でピボタルボンドが多いという結果を得た。さらに, 断面のグラフからピボタルボンドは, 端から中心に向かって必ずしも単調に増加しているわけではないという興味深い結果も得た。

また, 確率  $p$  を固定して, ステップ数を変化させた場合, ピボタルボンドの数の期待値は, ほぼべき分布にしたがっているという結果も得ることができた。(これに関しては, 方向性のない場合については, Pike and Stanley[5], Coniglio[6]の研究が既にある)。

### 進行状況と今後の展望

方向性のあるモデルに関しては, プログラミングやシミュレーションを終了しているので, 現在は方向性のないモデルに関してプログラミング, シミュレーションを行っている。

また, シミュレーションに基づく結果をふまえた数学的な結果を得ることを次の目標としている。

### 参考文献

- [1] G.Grimmett, *Percolation* (Springer, 1989, 2<sup>nd</sup> Edition, 1999)
- [2] 樋口 保成, *パーコレーション* (遊星社, 1992)
- [3] 小田垣 孝, *パーコレーションの科学* (裳華房, 1993)
- [4] D.Stauffer and A.Aharong, *Introduction to Percolation Theory* (Taylor&Francis, 2<sup>nd</sup> Edition, 1992)
- [5] R.Pike and H.E.Stanley, *J.Phys.A : Math.Gen.***14** (1981) L169
- [6] A.Coniglio, *Phys.Rev.Lett.***46**, (1981) 250